附件1

《数学物理方法》教学大纲

一、教学目的

《数学物理方法》由复变函数论、数学物理方程和特殊函数组成,以描述物理现象和物

理过程的偏微分方程为主要研究对象。

1、通过本课程的教学，使学生掌握复变函数论的基本概念、基本理论以及一些应用，尤其以解析函数的性质和留数应用为重点。

2、初步掌握如何为实际问题建立数学模型——数学物理方程。熟练掌握三种典型的数理方程定解问题的求解方法，并由此培养学生分析问题、解决问题以及综合思维能力。

3、掌握几种典型的特殊方程的幂级数解法，理解特殊函数的基本性质，会利用特殊函数求解偏微分方程的定解问题。

4、在重视知识传授的同时，强化素质教育，培养学生的创造性、独立性，使学生的应试能力逐步向实践能力转化。

二、数学物理方法知识体系与知识点

**复变函数论：**

1. 解析函数

知识点：复数的基本概念 复变函数及其导数 解析函数 多值函数与黎曼面 解析函数的物理解释 解析函数的几何性质-保角变换

2. 复变函数的积分

知识点：复变函数的积分 Cauchy 积分定理 Cauchy 积分公式解析函数的不定积分 Cauchy积分公式的推论 含参量积分的解析性

3. 无穷级数

知识点：复变函数级数 幂级数 解析函数的 Taylor 展开 解析函数的 Lauren 展开 单值函数的孤立奇点的分类和特性

4. 留数理论

知识点：留数定理 利用留数计算实积分 Jordan 引理 广义积分的 Cauchy 主值 对数留数和辐角原理 黎曼面上多值函数的积分

5. 解析延拓

知识点：解析函数的唯一性与解析延拓 Γ函数 B 函数

6.δ函数和广义函数

知识点：狄拉克δ函数及其性质 广义函数论的基本概念

**数学物理方程：**

1.定解问题

知识点：三类泛定方程的导出 定解条件的提法 线性方程的叠加原理 适定性说明

2.分离变量法

知识点：分离变量法的基本思想和解题步骤 非齐次边界条件的齐次化 按本征函数展开法求含非齐次方程的定解问题 Sturm-Liouville 本征值问题

3.积分变换法

知识点：Fourier 积分和 Fourier 变换的定义 Laplace 变换的定义 Laplace 变换的反演两种变换的性质 Fourier 积分变换法Laplace 变换法 小波变换简介

4.Green 函数法

知识点：稳恒数理方程的 Green 函数 随时间变化的数理方程的 Green 函数 冲量定理法 一维边值问题的 Green 函数法 Poisson 方程的第一边值问题的 Green 函数法（镜像法） 亥姆霍兹方程的 Green 函数法 伴随算符和广义 Green 公式

5.变分法

知识点：泛函和泛函的极值 求解数理方程的变分法

**特殊函数：**

1．Legendre 多项式

知识点：球坐标系下的分离变量 Legendre 方程及 Legendre 多项式 Legendre 多项式的性质 球谐函数 轴对称问题 非轴对称问题

2.Bessel 函数

知识点：柱坐标下的分离变量 Bessel 方程及柱函数 Bessel 函数的性质 虚宗量 Bessel函数 半奇数阶 Bessel 函数 球 Bessel 函数

三、教学内容

上编 复变函数导论

第一章 复数和复变函数

§1. 1 复数

§1. 2 复数的几何表示

§1. 3 复变函数

§1. 4 单值函数

§1. 5 极限与连续

§1. 6 导数

§1. 7 解析

§1. 8 解析函数与调和函数的关系

§1. 9 多值函数与黎曼面

第二章 复变函数的积分

§2. 1 复变函数的积分

§2. 2 解析函数的积分

§2. 3 柯西公式

§2. 4 柯西型积分

§2. 5 柯西导数公式

§2. 6 解析函数的不定积分

第三章 级数

§3. 1 复数项级数

§3. 2 复变函数项级数

§3. 3 幂级数

§3. 4 解析函数与幂级数

§3. 5 解析函数与双边幂级数

§3. 6 解析函数的泰勒展开方法

§3. 7 解析函数的洛朗展开方法

§3. 8 孤立奇点

§3. 9 无限远点

第四章 留数

§4. 1 柯西公式的另一种形式

§4. 2 应用级数分析留数定理

§4. 3 解析函数在无限远点的留数

§4. 4 利用留数定理计算实函数的定积分

§4. 5 广义积分的柯西主值

§4. 6 对数留数和辐角原理

§4. 7 围线积分方法

§4. 8 黎曼面上的多值函数积分

第五章 解析延拓

§5. 1 解析函数的唯一性与解析延拓

§5. 2 含参变数的积分

§5. 3 r 函数的解析延拓

第六章 积分变换

§6. 1 傅里叶级数

§6. 2 傅里叶积分

§6. 3 傅里叶变换

§6. 4 拉普拉斯变换

§6. 5 黎曼-梅林公式

§6. 6 拉普拉斯变换的应用

第七章 δ 函数和广义函数

§7. 1 δ 函数

§7. 2 广义函数论的基本概念

§7. 3 δ 函数的常用公式

下编 数理方程和特殊函数

第八章 数学物理方程的导出

§8. 1 振动方程

§8. 2 扩散方程和热传导方程

§8. 3 拉普拉斯方程

§8. 4 波动方程

§8. 5 线性方程和叠加原理

§8. 6 定解条件

第九章 本征函数法

§9. 1 分离变量法

§9. 2 有界杆的导热问题

§9. 3 齐次边界条件和延拓

§9. 4 含非齐次边界条件的定解问题

§9. 5 按本征函数系展开方法解数理方程

§9. 6 正交曲线坐标系中的度规系数和拉普拉斯算符

§9. 7 亥姆霍兹方程的分离变量

§9. 8 斯特姆-刘维尔本征问题

§9. 9 圆形域中的调和函数

第十章 勒让德多项式和球谐函数

§10. 1 球坐标系下的数理方程

§10. 2 常微分方程的幂级数解法

§10. 3 勒让德多项式

§10. 4 勒让德方程的本征值和本征函数

§10. 5 母函数和递推公式

§10. 6 勒让德多项式的模

§10. 7 具有轴对称性的物理问题

§10. 8 连带勒让德多项式

§10. 9 球谐函数

第十一章 贝塞耳函数

§11. 1 柱坐标系下的偏微分方程

§11. 2 贝塞耳方程的幂级数解

§11. 3 整数阶贝塞耳函数

§11. 4 贝塞耳函数的性质

§11. 5 物理实例

§11. 6 第二类贝塞耳函数

§11. 7 贝塞耳函数的路径积分表示

§11. 8 柱函数

§11. 9 半奇数阶贝塞耳函数

§11. 10 变形贝塞耳函数

§11. 11 球贝塞耳函数

第十二章 积分变换法

§12. 1 一维无界空间中的扩散

§12. 2 半无界的扩散问题

§12. 3 无界弦的振动

§12. 4 用拉普拉斯变换法解数理方程

第十三章 格林函数

§13. 1 稳恒数理方程的格林函数

§13, 2 随时间变化的数理方程的格林函数

§13. 3 冲量定理法

§13. 4 一维边值问题的格林函数

§13. 5 拉普拉斯算符的格林公式

§13. 6 亥姆霍兹方程的格林函数

§13. 7 伴随算符和广义格林公式

§13. 8 自伴算符和自伴本征值问题

第十四章 数学物理方程的分类

§14. I 两个自变数的情况

§14. 2 特征线和方程的标准形式

§14. 3 多自变数方程的分类